STUDIA SEMIOTYCZNE, t. XXVIII–XXIX (2015)
ISSN 0137-6608
DOI: 10.26333/sts.xxviii.05

CEZARY CIEŚLIŃSKI

PARADOKSY BARBARY STANOSZ

Prof. Barbara Stanosz była wieloletnią wykładowczynią Instytutu Filozofii Uniwersytetu Warszawskiego. W swej pracy naukowej zajmowała się głównie – choć nie wyłącznie – teorią języka, w szczególności semantyką oraz problemami logicznego opisu wyrażeń językowych (zagadnieniem formy logicznej). Jest autorką cenionych podręczników: to właśnie jej zawdzięczamy słynne *Ćwiczenia z logiki* – cieszący się ogromną popularnością zbiór zadań, ułatwiających przyswojenie materiału z zakresu rachunku zdań, logiki predykatów i teorii zbiorów. Warto wspomnieć, że oprócz aktywności naukowo-dydaktycznej rozwijała również działalność społeczną, będąc gorącą orędowniczką idei neutralności światopoglądowej państwa. Zmarła 7 czerwca 2014 roku.

Pod koniec lat osiemdziesiątych, jako student Instytutu Filozofii UW, miałem okazję uczęszczać na seminaria prof. Barbary Stanosz. Zajrzałem skuszony tematyką… a kto raz tam zajrzał, ten zwykle zostawał. Niezwykłe połączenie rygoryzmu myślowego pani Profesor ze swobodą stylu i ciętością riposty robiło na nas wszystkich duże wrażenie; czuło się przy tym (co na zajęciach wcale nie jest częste!), że rzeczywiście *obchodzą* ją tematy, o których dyskutujemy. W jakiś tajemniczy sposób umiała rozwiązać klasyczną trudność, znaną chyba każdemu wykładowcy: potrafiła sprawić, by w niełatwych, czasem wręcz technicznych zagadnieniach, uczestnicy zaczęli dostrzegać *swoje własne pytania* – fascynujące problemy, którymi chcieliby się w przyszłości zajmować.

I to właśnie mi się przytrafiło; w efekcie zostałem nie tylko wieloletnim uczestnikiem seminarium, ale również magistrantem pani Profesor. Zapytany o genezę moich zainteresowań teoriami prawdy (jest to obecnie główny przedmiot moich badań), jako podstawowe źródło wskazałbym właśnie rozmowy z prof. Barbarą Stanosz. Oto stały wątek, przewijający się w naszych seminaryjnych dyskusjach: zdaniem Barbary Stanosz centralnym zagadnieniem semantyki jest „wyjaśnienie zjawiska rozumienia dowolnych zdań danego języka na podstawie ograniczonej ilości zdań wcześniej rozumianych”[1]. Inaczej mówiąc: kiedy uczymy się języka, stykamy się (z konieczności) z ograniczoną próbką zdań faktycznie wypowiadanych przez innych ludzi. W jaki sposób na tej podstawie nabywamy zdolność rozumienia nowych (nigdy wcześniej nie słyszanych) wypowiedzi? To jest pytanie. W odpowiedzi Barbara Stanosz zawsze podkreślała, że rozumienie zdania to nic innego, jak znajomość warunków jego prawdziwości. W tym właśnie momencie pojęcie prawdy wysuwa się na pierwszy plan. Barbara Stanosz przekonywała nas, że definicja prawdy, opracowana przez Tarskiego, pozwala opisać rekurencyjną procedurę ustalania warunków prawdziwości i z tego względu może posłużyć do stworzenia modelowego opisu uczenia się języka. Myśl przewodnia jest w tym taka, że ucząc się języka opanowujemy procedurę – algorytm – ustalania warunków prawdziwości zdań. Opis tego algorytmu można zaś wyabstrahować z prac logików, zajmujących się teorią prawdy (w szczególności z prac Alfreda Tarskiego).

Jedną z ostatnich prac Barbary Stanosz jest artykuł *Rozwiązywanie paradoksów*, opublikowany w „Studiach Semiotycznych” w 2004 roku. Moje wrażenia z lektury? Cóż, muszę wyznać, że klarowność i staranność tej pracy odbieram jako coś naturalnego i oczywistego. Pani Profesor zepsuła swoich uczniów: zanadto przyzwyczaiła nas do pewnych rzeczy! Klarowna i staranna praca? A czegóż innego ma się spodziewać czytelnik filozoficznego artykułu? To przecież oczywiste… czyż nie? No właśnie, czyż nie?

Znacznie większą niespodzianką był dla mnie sceptycyzm, przebijający z ostatnich akapitów artykułu. Widać tam głębokie zwątpienie w perspektywy teorii prawdy dla języka naturalnego. To zwątpienie u Barbary Stanosz jest – przynajmniej dla mnie – czymś nowym: z czasów seminaryjnych pamiętam ją raczej jako propagatorkę formalnych badań nad językiem naturalnym, nie przejmującą się zanadto takimi przeszkodami jak paradoksy semantyczne. Skąd wzięła się ta zmiana?

To nic, za chwilę dowiem się wszystkiego. Przecież zaraz na naszym seminarium będę wygłaszał referat o rozwiązywaniu paradoksów! Przygotowywałem się solidnie przez cały tydzień i chcę się spierać, zamierzam przekonać wszystkich uczestników, że to JA mam rację! Wbiegam zdyszany… ale widzę tylko dziwnie postarzałego kolegę z ławki, który mówi: „Spóźniłeś się, gapo. Pani profesor już z nami nie ma”.

* *
*

[1] Zob. [4], s. 104.

Punkt wyjścia artykułu Barbary Stanosz to definicja paradoksu jako „rozumowania prowadzącego od akceptowanych przez nas przesłanek do nieakceptowalnych konkluzji za pomocą kroków, które uznajemy za uprawnione”[2]. Dodajmy, że konkluzja może być nieakceptowalna z różnych powodów. Może ona na przykład być ewidentnie niezgodna z naszym doświadczeniem – do tej kategorii należą słynne starożytne paradoksy Zenona z Elei, wykazujące niemożliwość ruchu. Jednakże logików interesuje zwłaszcza szczególny rodzaj paradoksów, dla którego zarezerwujemy tu określenie „antynomia”: antynomią nazwiemy taki paradoks, którego konkluzją jest sprzeczność.

Absolutnie kluczowe jest przy tym to, że paradoksalne rozumowanie wykorzystuje *akceptowane* przez nas – często wręcz oczywiste – przesłanki i kroki. Nie każde rozumowanie prowadzące do sprzeczności jest antynomią! Wyjątkowa rola paradoksów bierze się stąd, że obnażają one luki i słabości w systemie naszych podstawowych przekonań. Jak pisze Barbara Stanosz:

> rozum ludzki […] odbiera paradoksy jako bolesne ciosy, które trzeba jak najszybciej odparować przez podanie unicestwiających je i zarazem trudnych do zakwestionowania rozwiązań[3].

Rzeczywiście. Mimo to mam dziwne wrażenie, że jedynym wyjątkiem od tej zasady jest umysł logika. Logik to nietypowy rodzaj człowieka: on paradoksy po prostu *uwielbia* i rozprawiania o nich nigdy nie ma dosyć.

Artykuł Barbary Stanosz poświęcony jest omówieniu strategii radzenia sobie z paradoksami. Autorka wyróżnia cztery metody rozwiązywania paradoksów:

(A) Uzasadnienie tezy, że konkluzja jest tylko pozornie nieakceptowalna, a w rzeczywistości nieszkodliwa.

(B) Wykazanie, że któryś z kroków prowadzących od przesłanek do konkluzji jest nieuprawniony.

(C) Wykazanie fałszywości jednej z przesłanek.

(D) Wykazanie bezsensowności jednej z przesłanek[4].

Ten opis możliwych strategii wydaje mi się bardzo trafny. Wszystkie z wymienionych metod zilustrowane zostają następnie rozmaitymi przykładami (rozwiązanie (A) – paradoks Eubulidesa, (B) – paradoks ruchu Zenona z Elei, (C) – paradoks Russella, (D) – paradoks kłamcy).

W niniejszym tekście postaram się zilustrować wszystkie cztery metody przy użyciu pojedynczego przykładu: paradoksu kłamcy. Ta klasyczna antynomia okazała się twardym orzechem do zgryzienia, a sam fakt istnienia

---

[2] Zob. [3], s. 27.

[3] Tamże, s. 27.

[4] Tamże, s. 27.

wielu nierównoważnych rozwiązań daje do myślenia: czyż nie wystarczyłoby jedno, za to naprawdę dobre?

Przypomnijmy krótko treść paradoksu. Oznaczmy jako (L) zdanie:

(L) jest fałszywe.

Zapytujemy następnie, czy (L) jest prawdziwe, czy fałszywe. Rozważamy przypadki. Jeśli (L) jest prawdą, to jest tak, jak głosi (L), a zatem (L) jest fałszywe – sprzeczność. Jeśli zaś (L) jest fałszem, to nie jest tak, jak głosi (L), czyli (L) nie jest fałszywe – ponownie sprzeczność. Uzyskujemy zatem sprzeczność niezależnie od rozważanego przypadku. Oto antynomia.

Chciałbym podkreślić, że przedstawiona powyżej wersja paradoksu kłamcy ma charakter intuicyjny i nieformalny. Posiada przy tym pewną cechę, typową dla intuicyjnych wnioskowań: otóż nie jest do końca jasne, z jakich dokładnie przesłanek i reguł tu korzystamy. W takich sytuacjach pierwsze zadanie logika polega na zapisaniu rozumowania bez luk i skrótów. Nie ma przy tym gwarancji, że danemu intuicyjnemu rozumowaniu będzie odpowiadała jedna i tylko jedna formalna, pełna wersja.

Przedstawię obecnie rozumowanie kłamcy w nieco dokładniejszej postaci (nie zapominając o tym, że jest to wciąż tylko jedna z wersji – to będzie później istotne!). Przyjmę poniżej, że 'uzyskanie sprzeczności' to udowodnienie zdania o postaci „$\phi \wedge \neg\phi$" (przy czym wybór ϕ jest dowolny).

Kłamca – wersja 1.

Niech *Tr* będzie naszym predykatem prawdziwości. Rozumowanie odtwarzamy środkami teorii *T*, o której przyjmujemy, że spełnia następujące warunki:

1. T zawiera wszystkie podstawienia schematu $Tr(\phi) \equiv \phi$,
2. Istnieje zdanie L, takie że $T \vdash L \equiv \neg Tr(L)$,
3. Dla dowolnej formuły A, jeśli $T \vdash (\phi \equiv \psi)$ i $T \vdash A(\phi)$, to $T \vdash A(\psi)$,
4. Dla każdego zdania ϕ, jeśli $T \vdash \phi \equiv \neg\phi$, to $T \vdash \phi \wedge \neg\phi$.

A oto krótki komentarz. Warunek pierwszy odpowiada następującej intuicyjnej konstatacji: zdanie (dodajmy, chodzi tu o *dowolne* zdanie, z predykatem prawdziwości lub bez niego) jest prawdziwe, gdy jest tak, jak to zdanie głosi. Warunek drugi wprowadza zdanie kłamcy L, rozumiane tu w taki oto sposób: L jest równoważne (dowodliwie na gruncie T) swej własnej nieprawdziwości. Warto dodać, że warunek ten będzie spełniony przez każdą teorię T zawierającą wystarczająco duży fragment arytmetyki pierwszego rzędu, okazuje się więc nie tylko możliwy do spełnienia, ale wręcz całkiem naturalny[5]. Z kolei warunki 3 i 4 charakteryzują fragment aparatu logicznego naszej teorii.

[5] Dokładniej, warunek 2 będzie spełniony, jeśli w obrębie T dysponujemy arytmetycznymi środkami pozwalającymi udowodnić tzw. lemat przekątniowy. W zupełności wystarczy, jeśli T zawiera arytmetykę Robinsona.

Możemy teraz udowodnić, że tak określona teoria T jest sprzeczna.

Obserwacja 1. Istnieje zdanie ϕ takie, że $T \vdash \phi \wedge \neg\phi$.

Dowód. Na mocy 2, weźmy zdanie L takie że:

$T \vdash L \equiv \neg Tr(L)$.

Następnie uzyskujemy:

$T \vdash Tr(L) \equiv L$ (na mocy 1)

$T \vdash Tr(L) \equiv \neg Tr(L)$ (na mocy dwóch poprzednich kroków oraz 3)

$T \vdash Tr(L) \wedge \neg Tr(L)$ (na mocy 4)

Paradoks powstaje, ponieważ warunki nałożone na T wydają się naturalne: *chciałoby się*, żeby nasza teoria świata była właśnie taka, jak T! Okazuje się jednak, że każda taka teoria jest sprzeczna. Co począć?

Strategia (A) to rozwiązanie dialeteistów[6]. Naturalne założenia 1–4 pozwoliły nam uzyskać sprzeczność? Te założenia są niekontrowersyjne, odpowie dialeteista. Żadne kroki dowodowe wykonane w ramach T i prowadzące do sprzeczności nie budzą wątpliwości. Rzecz po prostu w tym, że konkluzja jest nieszkodliwa – i to jest rozwiązanie! Owszem, konkluzją jest sprzeczność, ale czemu mielibyśmy przejmować się sprzecznością?

Teraz na scenę wkracza logik klasyczny. „Sprzecznością powinniśmy się przejmować, dlatego" – odpowie – „że ze sprzeczności wszystko wynika. Na tym polega zasada *ex contradictione quodlibet*! Ktoś, kto uznaje sprzeczność, musi w efekcie uznać każde zdanie, a tego przecież nie chcemy". Jednakże tę właśnie opinię klasycznego logika – podkreślmy, *tę opinię*, a nie rozumowanie kłamcy! – dialeteista uznaje za nieuprawnioną. Zauważa, że przyjęta przez niego nieklasyczna logika parakonsystentna blokuje możliwość wyprowadzenia ze sprzeczności dowolnego zdania. Owszem, w tym punkcie zostaje wprowadzona modyfikacja. Jest to jednak rozwiązanie typu (A), gdyż samo rozumowanie kłamcy nasz dialeteista pozostawia nienaruszone. Unieszkodliwia tylko jego konkluzję.

O strategii (B) Barbara Stanosz pisze:

> Sposób (B) rzadko daje się wykorzystać, gdyż konstruktorzy znanych rozumowań paradoksalnych na ogół zadbali o poprawność logiczną tych rozumowań. Jedynym znanym mi wyjątkiem jest pewna analiza Zenonowego paradoksu lecącej strzały[7].

Już choćby z tego względu warto przedstawić inną ilustrację. Ponownie posłuży mi do tego paradoks kłamcy.

---

[6] Termin ten został wprowadzony przez Grahama Priesta i Richarda Routleya w [2]. W języku polskim stanowisko to nazywa się zwykle „dialeteizmem" albo „dialetyzmem". Podobne rozdwojenie terminologii występuje w języku angielskim: tam częstsza jest obecnie wersja „*dialetheism*", ale od czasu do czasu można napotkać również pisownię „*dialethism*".

[7] Tamże, s. 28.

Zastanówmy się najpierw jednak, na czym dokładnie polega rozwiązanie według strategii (B). Otóż każde rozumowanie wymaga użycia pewnych reguł wnioskowania. Reguł wnioskowania nie powinniśmy utożsamiać z przesłankami: są one dynamicznym elementem systemu dowodzenia, właśnie tym, co pozwala nam *przechodzić* od założeń do konkluzji. Rozwiązać paradoks przy użyciu strategii (B) to zakwestionować poprawność niektórych reguł wnioskowania użytych w paradoksalnym rozumowaniu. Mówimy wówczas: ta a ta reguła, którą uważaliśmy za poprawną, jest jednak niedobra.

Jak wspominałem, nie jest do końca jasne, jakie dokładnie środki angażuje intuicyjne rozumowanie kłamcy. Te środki eksponujemy dopiero przy dokładniejszym, formalnym opisie. Podkreślałem przy tym, że rozumowanie kłamcy można odtwarzać w rozmaitych formalnych systemach. Rozważymy teraz jego drugą wersję.

Kłamca – wersja 2.

Przyjmijmy, że teoria S spełnia następujące warunki:

(a) S zawiera wszystkie podstawienia schematu $Tr(\phi) \rightarrow \phi$.

(b) Istnieje zdanie L takie że $S \vdash L \equiv \neg Tr(L)$.

(c) W S obowiązują prawa klasycznej logiki.

(d) Dla dowolnego zdania ϕ, jeśli $S \vdash \phi$, to $S \vdash Tr(\phi)$.

Na podkreślenie zasługuje fakt, że tego typu teoria S nie musi zawierać wszystkich podstawień równoważnościowego schematu „$\mathrm{Tr}(\phi) \equiv \phi$". Warunek (a) mówi wyłącznie o implikacjach, nie o równoważnościach. Mimo to okazuje się, że:

Obserwacja 2. Każda teoria S spełniająca warunki (a)–(d) jest sprzeczna.

Dowód. Na mocy (b), weźmy zdanie L takie, że $S \vdash L \equiv \neg \mathrm{Tr}(L)$. Uzyskujemy:

(1) $S \vdash \mathrm{Tr}(L) \rightarrow L$	(warunek (a))
(2) $S \vdash \neg L \equiv \mathrm{Tr}(L)$	(na mocy wyboru L oraz warunku (c))
(3) $S \vdash \mathrm{Tr}(L) \rightarrow \neg L$	(zasady klasycznej logiki zastosowane do kroku (2))
(4) $S \vdash \neg \mathrm{Tr}(L)$	(zasady klasycznej logiki zastosowane do kroków (1) i (3))
(5) $S \vdash L$	(na mocy (4), zasad klasycznej logiki oraz wyboru zdania L)
(6) $S \vdash \mathrm{Tr}(L)$	(na mocy (d))
(7) $S \vdash \mathrm{Tr}(L) \wedge \neg \mathrm{Tr}(L)$	(zasady klasycznej logiki zastosowane do kroków (4) i (6)).

Jednakże warunki nałożone na teorię S ponownie wydają się przekonujące i pożądane. Mamy więc znów paradoks; jeszcze raz staje przed nami pytanie, w jaki sposób można uniknąć katastrofy.

Jedna z możliwości to odrzucenie warunku (d). I tu właśnie zwróćmy uwagę na fakt, że warunek (d) odpowiada pewnej *regule wnioskowania*, znanej z literatury przedmiotu pod nazwą „NEC”[8]. Na mocy tej reguły, wolno nam dodać do dowodu wyrażenie $Tr(\phi)$, pod warunkiem, że wcześniej udowodniliśmy ϕ[9]. Odrzucając tę regułę, stosujemy strategię typu (B): tym, co kwestionujemy, jest właśnie prawomocność jednego z kroków w rozumowaniu. Mówimy wówczas: ta reguła jest niepoprawna!

(Warto dodać, że niektórzy logicy *faktycznie* podążyli tą ścieżką i w taki właśnie sposób unieważniali podane rozumowanie: wszystkie kroki w powyższym dowodzie odtwarzają się w proponowanych przez nich teoriach, z wyjątkiem przejścia od (5) do (6). To nie jest przykład wymyślony na poczekaniu![10]).

Strategia (C) to – przypomnijmy – wykazanie fałszywości jednej z przesłanek. W przypadku paradoksu kłamcy, popularny ruch to zakwestionowanie pewnej przesłanki o postaci „$Tr(\phi) \equiv \phi$” (z wersji 1. paradoksu). Można na przykład twierdzić, że predykat prawdziwości jest *stratyfikowany*. Zwolennikom tej koncepcji chodzi o to, że w rzeczywistości nie mamy do czynienia z jednym językiem zawierającym predykat prawdziwości, lecz z rodziną języków, do których należą predykaty coraz wyższych poziomów (Tr_0, Tr_1, Tr_2, …), wyrażające prawdziwość zdań języków położonych w hierarchii o jeden stopień niżej. Niech np. J_0 będzie językiem arytmetyki dodawania i mnożenia, w którym nie ma żadnego w ogóle predykatu z wyjątkiem symbolu identyczności. Z kolei język J_{n+1} określamy jako rozszerzenie J_n o nowy, jednoargumentowy symbol predykatowy Tr_n. W tym momencie możemy również rozważyć rodzinę teorii T_n, spełniających następujące warunki:

1. T_n zawiera wszystkie podstawienia schematu $Tr_n(\phi) \equiv \phi$ dla zdań ϕ języka J_n,
2. T_n zawiera arytmetykę,
3. W T_n obowiązują prawa klasycznej logiki.

Czy paradoks kłamcy można odtworzyć w teoriach T_n? Okazuje się, że nie. Rozważmy dla przykładu teorię T_0. Skoro T_0 zawiera arytmetykę, to będzie istniało zdanie kłamcy dla predykatu prawdy Tr_0 należącego do języka tej teorii, tj. będzie istniało takie zdanie L, że:

$$T_0 \vdash L \equiv \neg Tr_0(L).$$

---

[8] Z języka angielskiego – *necessitation*. Ten typ reguły występuje w logikach modalnych: jeśli uzyskaliśmy dowód zdania ϕ w logice modalnej, to wolno nam dopisać do dowodu „jest konieczne, że ϕ”. W naszej regule prawda zajmuje miejsce konieczności.

[9] Nie należy mieszać reguły NEC z implikacją „$\phi \rightarrow Tr(\phi)$”. Znane są przykłady niesprzecznych teorii z nieograniczoną (tzn. stosowalną do dowolnych zdań) regułą NEC, w których nie wszystkie takie implikacje będą twierdzeniami.

[10] Całe rozumowanie z wyjątkiem przejścia od (5) do (6) odtwarza się w aksjomatycznej teorii prawdy Kripkego-Fefermana (oznaczanej w literaturze jako KF).

Jednakże analiza konstrukcji zdania L pokazuje, że L nie jest zdaniem języka J_0 – w istocie L samo zawiera predykat prawdziwości Tr_0, należy zatem do języka J_1, a nie J_0. Inaczej niż w klasycznym rozumowaniu kłamcy, warunek 1 nie pozwala uzyskać równoważności:

$$T_0 \vdash Tr_0(L) \equiv L.$$

Tyle, że ta właśnie równoważność jest kluczowa przy wyprowadzaniu sprzeczności. W ten sposób blokujemy paradoks.

Podkreślmy teraz fakt, że stratyfikacja daje nam rzeczywiście rozwiązanie typu (C). Na razie powiedzieliśmy tylko, że w teorii T_0 nie uzyskamy równoważności „$Tr_0(L) \equiv L$". Nie jest to żadna wada tej teorii, wręcz przeciwnie: chodzi właśnie o to, że wspomniana równoważność jest *fałszywa* przy zamierzonej interpretacji języka J_1 (czyli języka teorii T_0). Owa zamierzona interpretacja to nic innego, jak model (N, T), gdzie N to standardowy model arytmetyki, natomiast T to podzbiór N złożony z kodów zdań języka J_0 (czyli zdań arytmetycznych) prawdziwych w modelu standardowym. Łatwo zauważyć, że wówczas:

- $(N, T) \vDash \neg Tr_0(L)$ gdyż L nie należy do J_0, zatem L nie należy do T,
- $(N, T) \vDash L$ gdyż L jest równoważne zdaniu $\neg Tr_0(L)$, które jest prawdziwe w (N, T).

Zatem równoważność $Tr_0(L) \equiv L$ jest fałszywa w (N, T) i odrzucamy ją właśnie jako taką! Podkreślmy: mamy tu rzeczywiście do czynienia z rozwiązaniem typu (C).

(Odrobinę uprzedzając fakty: na podkreślenie zasługuje również fakt, że zdania o postaci $Tr_0(\phi)$, gdzie ϕ *zawiera* predykat „Tr_0", są gramatycznie sensowne. Żadna składniowa reguła nie zabrania ich budowania. Są one sensowne lecz fałszywe, dzieląc ten smutny los z takimi zdaniami, jak „0 + 0 = 1").

Ostatnia z omawianych strategii – typ (D) – polega na zakwestionowaniu sensowności którejś z przesłanek. Tylko ten przypadek ilustruje Barbara Stanosz za pomocą antynomii kłamcy. Na czym polega ilustracja? Barbara Stanosz pisze:

> Wspólnym rysem większości (rozmaicie formułowanych) rozwiązań paradoksu kłamcy jest uznanie terminów semantycznych za systematycznie wieloznaczne syntaktycznie. Zamiast „prawdy" i „fałszu" mamy w istocie do czynienia z nieskończonymi rodzinami pojęć „prawda$_0$", „prawda$_1$", „prawda$_2$", …, „fałsz$_0$", „fałsz$_1$", „fałsz$_2$", …, przy czym spójność syntaktyczna wymaga, by prawdziwość lub fałszywość zdania, które zawiera jeden z tych terminów z subskryptem x, orzekana była za pomocą terminu z subskryptem $x+1$. W świetle tego wymagania to, co oznaczyliśmy wyżej literą Z [w niniejszym artykule jest to L], nie jest dobrze zbudowanym zdaniem żadnego języka[11].

[11] Zob. [3], s. 30.

Jest to jeden z nielicznych fragmentów artykułu Barbary Stanosz, z którym muszę się nie zgodzić. Według mojej oceny mało kto we współczesnej literaturze przedmiotu stawia tego typu warunek syntaktycznej spójności. Standardowe podejście jest jednak inne: dla *dowolnego* jednoargumentowego predykatu P oraz *dowolnego* termu t, wyrażenie „$P(t)$" uznaje się na ogół za syntaktycznie sensowne[12]. Dotyczy to w szczególności takich predykatów, jak „prawda$_0$" albo „prawda$_{500}$". Dotyczy to również termów, które przy naturalnej interpretacji oznaczają zdania zawierające predykaty z jeszcze wyższymi indeksami.

Domyślam się oczywiście, że Barbarze Stanosz chodzi tu o charakterystykę języka przypominającego język Russellowskiej teorii typów. Zgadzam się również, że takie języki można formalnie opisywać[13]. Rzecz po prostu w tym, że obecnie rzadko się to robi. Dlaczego? Cóż, chyba dlatego, że tego rodzaju komplikacja teorii składni najzwyczajniej w świecie się *nie opłaca*. Potrafimy używać hierarchicznych predykatów prawdziwości *bez* komplikowania składni; kłopotliwe wyrażenia „mieszające typy" uznajemy wówczas za gramatyczne, lecz fałszywe[14]. Tak jest znacznie prościej. W efekcie składniowe zasady teorii typów nie są bynajmniej „wspólnym rysem większości rozwiązań paradoksu kłamcy". Jest wręcz odwrotnie.

Znacznie częściej rozwiązanie typu (D) polega na zakwestionowaniu *inaczej rozumianej* (nie syntaktycznie!) sensowności jednej z przesłanek występujących w antynomialnym rozumowaniu. Barbara Stanosz zauważa ten kierunek rozważań, kiedy wspomina o próbach wykazania, że

> Z [czyli zdanie kłamcy] bądź jest w ogóle niegramatyczne, bądź stanowi niepełną, nieautonomiczną jednostkę języka naturalnego i jako takie nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe; w tym znaczeniu kwestionuje się sensowność Z, a więc i rolę, jaką pełni ono w konstrukcji paradoksu kłamcy.

Zwróćmy uwagę na fakt, że w cytowanym fragmencie niegramatyczność zdania kłamcy tworzy tylko jeden z członów alternatywy! Skoncentrujmy się teraz na drugim członie. Istotnie, wiele popularnych obecnie prób rozwiązania polega na odmówieniu zdaniu kłamcy wartości logicznej. Jeśli zaś utoż-

---

[12] Inaczej mówiąc, wyrażenie „$P(t)$" uznaje się za *formułę*, a nie za ciąg symboli spoza zbioru formuł rozważanego języka.

[13] Nie tylko predykaty prawdziwości, ale również wszystkie termy charakteryzowanego języka, zaczynając od prostych zmiennych, musiałyby posiadać indeksy typu. Podstawowa restrykcja polegałaby zaś na tym, że wyrażenie atomowe o postaci $prawda_i(t^k)$ byłoby formułą tylko pod warunkiem, że $i = k + 1$.

[14] Co nie znaczy, że *wszystkie* wyrażenia „mieszające typy" uznajemy za fałszywe. Na przykład zdanie „nie jest prawdą$_0$, że prawda$_0$(„0 = 0")" miesza typy, lecz jest *prawdziwe* przy zamierzonej interpretacji: rzeczywiście, zdanie „prawda$_0$(„0 = 0")" zawiera predykat prawdziwości$_0$, a zatem samo nie podpada pod rozważany predykat.

samimy zdania sensowne ze zdaniami, które mówią o świecie coś określonego – czyli coś prawdziwego lub fałszywego – to rzeczywiście, w tym znaczeniu rozwiązanie polegałoby na zakwestionowaniu sensowności zdania kłamcy.

Intuicyjna wersja rozumowania kłamcy nie prowadzi wówczas do sprzeczności. Rozważaliśmy wcześniej dwa przypadki – prawdziwość L oraz fałszywość L – i wykazaliśmy, że żaden z nich nie wchodzi w grę. I bardzo dobrze: wiemy w takim razie, że L nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe! Na poziomie formalnym strategię tę opisał szczegółowo Saul Kripke w artykule *Zarys pewnej teorii prawdy* (zob. [1]). Co istotne, w zaprezentowanej tam formalnej charakterystyce nie pojawiają się żadne indeksy typów: mamy ustalony język z *jednym* wyróżnionym predykatem „*Tr*", który na kolejnych etapach konstrukcji uzyskuje coraz lepszą interpretację, aż w kroku finalnym uzyskujemy pożądany efekt: okazuje się, że dla dowolnego zdania ϕ, wartość logiczna ϕ jest dokładnie taka sama, jak wartość logiczna $Tr(\phi)$. Tyle, że… oprócz prawdy i fałszu, jest tam jeszcze trzecia wartość logiczna: nieokreślona. Może się zdarzyć, że zarówno ϕ jak $Tr(\phi)$ będą nieokreślone; i to właśnie przytrafia się zdaniu kłamcy. Co więcej, dobrą intuicyjną interpretacją wspomnianej „nieokreślonej wartości logicznej" jest właśnie *brak wartości logicznej*, całkowicie w duchu strategii (D). Tak czy inaczej, praca Kripkego pokazuje, że można w sposób formalnie ścisły zbudować interpretację języka zawierającego swój własny predykat prawdziwości.

Końcowe fragmenty artykułu Barbary Stanosz zawierają szereg bardzo sceptycznych uwag dotyczących możliwości zastosowania opracowanych przez logików rozwiązań paradoksu kłamcy w semantycznej analizie języka naturalnego. Autorka zwraca uwagę, że proponowane rozwiązania nie są „rzecz jasna, opisem faktycznego sposobu używania pojęć semantycznych w żadnym z wcześniej istniejących języków"; są one raczej „przepisem na nie grożący sprzecznością sposób posługiwania się nimi". Uwaga ta jest jak najbardziej słuszna, choć w niektórych przypadkach ambicje są nieco większe. Dla przykładu, Kripke pisze:

> Mam jednak nadzieję, że podany tu model ma dwie zalety: po pierwsze, dostarcza przedmiot badań bogaty w strukturę formalną i własności matematyczne; po drugie, w znacznej mierze własności te uchwytują ważne intuicje. […] Może nie uchwytuje wszystkich intuicji, lecz daje nadzieję, że uchwyci wiele[15].

W szczególności model Kripkego zrywa z ideą stratyfikacji: teoria jednego, niestratyfikowanego predykatu prawdziwości rzeczywiście wydaje się bliższa językowi naturalnemu niż podejście hierarchiczne. Współgra to zresztą z komentarzem Barbary Stanosz:

[15] Zob. [1], s. 109 przekładu polskiego.

Gramatyka, która wyklucza spośród zdań (jako pozbawione sensu lub nieautonomiczne) liczne wyrażenia używane w aktach komunikacji językowej w roli samodzielnych zdań, jest po prostu opisem nieadekwatnym (s. 31).

Tu właśnie można by dodać: w aktach komunikacji językowej faktycznie używamy jednego predykatu prawdziwości, i to również w odniesieniu do zdań zawierających ten predykat. Rzeczywiście, gramatyka wykluczająca takie wypowiedzi wygląda na opis nieadekwatny. Czy to samo w sobie jest jednak powodem do sceptycyzmu? Logicy stworzyli przecież narzędzia pozwalające radzić sobie z niejedną taką konstrukcją!

Zakwestionowanie sensowności zdania kłamcy jako zdania języka naturalnego budzi niepokój autorki. Pyta ona:

Jak można uzasadnić tezę tego rodzaju? Wydaje się to beznadziejnie trudne (s. 30).

Zdaniem Barbary Stanosz kłopot jest następujący:

jeśli teza ta ma uniknąć epitetu rozwiązania *ad hoc*, to wymaga zakwestionowania wraz [ze zdaniem kłamcy *Z*] sensowności jakiejś klasy wyrażeń, którym przypisze się analogiczną strukturę. Tymczasem [...] liczne wyrażenia o strukturze podobnej pod rozmaitymi względami do *Z* nie budzą takich wątpliwości [...] W szczególności, nie można uznać za niesensowne wszelkich zdań odnoszących się do samych siebie.

Ostatnie uwaga jest niewątpliwie trafna, i to nie tylko w zastosowaniu do języka naturalnego. Wiadomo, że nawet teorie arytmetyczne pierwszego rzędu posiadają wystarczająco bogate środki, by – w pewnym sensie – odnosić się do wyrażeń swojego własnego języka (do numerów gödlowskich wyrażeń języka arytmetyki). Zgadzam się bez zastrzeżeń, że odmawianie tych możliwości językowi naturalnemu jest nierozsądne. Czy musimy jednak odmawiać sensowności (tj. wartości logicznej) zdaniom o „analogicznej strukturze" co zdanie kłamcy? Czy w ogóle jest tak, że jeśli odmówimy sensowności jakiemuś zdaniu A, to powinniśmy również odmówić sensowności wszystkim zdaniom strukturalnie takim samym jak A? Jest to mimo wszystko bardzo wątpliwe. Tu może przecież chodzić o cechy semantyczne, a nie strukturalne! Tak właśnie dzieje się w konstrukcji Kripkego. Zdarza się tam, że nawet dwa proste zdania atomowe – powiedzmy, $Tr(t)$ i $Tr(s)$ – o identycznej strukturze termowo-predykatowej zostają sklasyfikowane na dwa odmienne sposoby: jedno jako zdeterminowane (prawdziwe lub fałszywe), a drugie nie. Przesądzają zaś o tym *cechy semantyczne* tych zdań, a nie ich składniowa struktura. Co w tym złego?

Nie ma co jednak udawać: poważne kłopoty istnieją. Jednym z tych kłopotów jest tzw. wzmocniony paradoks kłamcy, który powstaje w wyniku rozważenia następującego zdania L':

L' jest fałszywe lub L' nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe.

Rozważając tym razem trzy (a nie dwie, jak wcześniej) możliwości, ponownie dostajemy sprzeczność. Konstatacja, że L' nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe, tym razem nie pomaga, bo jeśli rzeczywiście L' jest pozbawione wartości logicznej, to wygląda na to, że L' mówi jednak prawdę!

Z tym wzmocnionym paradoksem teoria Kripkego słabo sobie radzi. Jest nawet jeszcze gorzej: różne znane z literatury koncepcje semantyczne natrafiają na swoje własne wersje wzmocnionego kłamcy. Nie jest mi znana teoria wolna od tego „problemu rewanżu" (ang. *revenge problem*)[16].

* *
*

Badania nad stosowalnością nowych formalnych teorii prawdy do języka naturalnego są w powijakach. W dodatku – nie ma co ukrywać – zaproponowane teorie formalne mają swoje własne poważne trudności. „Jednak na dnie istnienia, u samych jego podstaw, tkwi jakiś piekielny nonsens, i to nonsens nudny" – napisał Witkacy w *Pożegnaniu jesieni*. Odnoszę wrażenie, że po starciu z krnąbrną materią języka naturalnego Barbara Stanosz zgodziłaby się z pierwszą częścią jego opinii. Nigdy, przenigdy nie uwierzę, że zgodziłaby się z drugą.

BIBLIOGRAFIA

[1] Kripke, Saul *Outline of a Theory of Truth*, "Journal of Philosophy" 72, 1975, s. 690–716. Artykuł przełożony na język polski jako *Zarys pewnej teorii prawdy*, przeł. Paweł Garbacz, „Kwartalnik Filozoficzny" 29, 2001, z. 4, s. 97–131.

[2] Priest, Graham, Routley, Richard i Norman, J. (ed.) *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, Monachium 1989.

[3] Stanosz, Barbara *Rozwiązywanie paradoksów*, „Studia Semiotyczne" XXV, 2004, s. 27–31.

[4] Stanosz, Barbara *Problemy definicji prawdy dla języka naturalnego*, [w:] Barbara Stanosz *Logika języka naturalnego*, Polskie Towarzystwo Semiotyczne, Warszawa 1999, s. 99–109.

[16] „Problemem rewanżu" (ang. *revenge problem*) nazywa się w literaturze obszerną rodzinę takich właśnie kłopotliwych zjawisk. Sądzimy, zadowoleni z siebie, że poradziliśmy sobie z paradoksem kłamcy, a tu nagle… kłamca bierze rewanż i powraca we wzmocnionej, złośliwej postaci!